

2. Circuits RLC série et parallèle

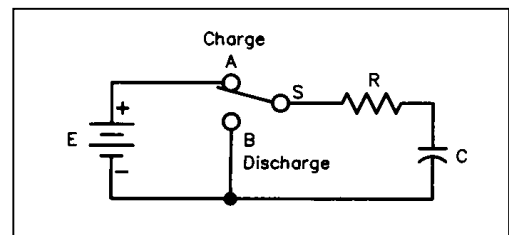
Ce paragraphe n'est pas au programme HAREC. Dans le paragraphe précédent nous avons vu comment calculer des circuits où des résistances, des bobines et des capacités étaient mises en série ou en parallèle. mais il nous semblait difficile de parler de directement de résonance, sans voir aussi comment se comporte un circuit RLC série ou RLC parallèle.

2.1. Circuit RLC en courant continu

Le mot courant continu n'est pas très bien choisi comme nous le verrons plus loin, il s'agit plutôt de voir comment un circuit RLC va se comporter quand on le raccorde à une source de tension continue, et similairement ce qui se passe lorsqu'on déconnecte la source de tension. Ce qui se passe durant ces transitions est très important et fera l'objet de ce paragraphe.

2.1.1. Circuit RC en courant continu

Si on connecte un condensateur sur une source continue, le condensateur va pratiquement se charger instantanément. par contre si le circuit comporte une résistance le courant va être limité. Le circuit de la figure ci-contre montre un montage qui permet de charger, puis de décharger un condensateur C au travers une résistance R. Le produit de la capacité et de la résistance est appelé **constante de temps** et est représenté par la lettre grecque τ ("tau") :

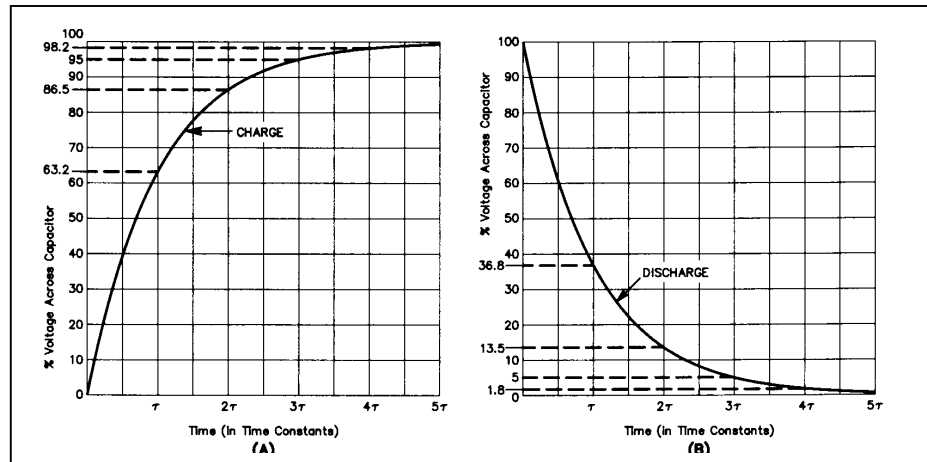


$$\tau = R C$$

La constante de temps s'exprime en **secondes**, si la résistance est en ohms et la capacité en Farad.

Le condensateur se charge et se décharge selon une loi exponentielle. La figure ci-contre représente cette charge et cette décharge.

L'axe des temps est exprimée en constante de temps τ .



La tension aux borne de la capacité suit une loi

$$V(t) = E (1 - e^{-t/\tau})$$

dans laquelle $V(t)$ est la tension aux bornes du condensateur à un instant t ,
 E est la tension maximum, c.-à-d. la tension de la source
 t est le temps écoulé entre depuis la fermeture de l'interrupteur,
 e est la base des logarithmes naturel et vaut $e = 2,718$
 τ est la constante de temps du circuit et vaut $R \times C$.

On peut maintenant faire les calculs en prenant par exemple une tension de 100 V, ce qui va nous permettre d'exprimer aussi la charge en %.

$V(0)$	$= 100 \text{ V } (1 - e^{-0})$	$= 100 \text{ V } (1 - 1)$	$= 0\text{V}$	soit 0%
$V(1\tau)$	$= 100 \text{ V } (1 - e^{-1})$	$= 100 \text{ V } (1 - 0,368)$	$= 63,8\text{V}$	soit 63,8 %
$V(2\tau)$	$= 100 \text{ V } (1 - e^{-2})$	$= 100 \text{ V } (1 - 0,135)$	$= 86,5\text{V}$	soit 86,5 %
$V(3\tau)$	$= 100 \text{ V } (1 - e^{-3})$	$= 100 \text{ V } (1 - 0,050)$	$= 95,0\text{V}$	soit 95,0 %
$V(4\tau)$	$= 100 \text{ V } (1 - e^{-4})$	$= 100 \text{ V } (1 - 0,018)$	$= 98,2\text{V}$	soit 98,2 %
$V(5\tau)$	$= 100 \text{ V } (1 - e^{-5})$	$= 100 \text{ V } (1 - 0,007)$	$= 99,3\text{V}$	soit 99,3 %

Lorsqu'on considère la décharge, la formule devient

$$V(t) = E (e^{-t/\tau})$$

Et on peut refaire les calculs en prenant toujours une tension de 100 V, et exprimer la décharge en %.

$V(0)$	$= 100 \text{ V } (e^{-0})$	$= 100 \text{ V } (1)$	$= 100\text{V}$	soit 100%
$V(1\tau)$	$= 100 \text{ V } (e^{-1})$	$= 100 \text{ V } (0,368)$	$= 36,8\text{V}$	soit 36,8 %
$V(2\tau)$	$= 100 \text{ V } (e^{-2})$	$= 100 \text{ V } (0,135)$	$= 13,5\text{V}$	soit 13,5 %
$V(3\tau)$	$= 100 \text{ V } (e^{-3})$	$= 100 \text{ V } (0,050)$	$= 5,0\text{V}$	soit 5,0 %
$V(4\tau)$	$= 100 \text{ V } (e^{-4})$	$= 100 \text{ V } (0,018)$	$= 1,8\text{V}$	soit 1,8 %
$V(5\tau)$	$= 100 \text{ V } (e^{-5})$	$= 100 \text{ V } (0,007)$	$= 0,7\text{V}$	soit 0,7 %

Notes :

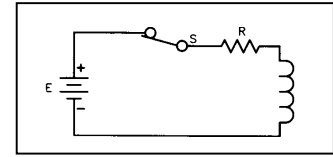
- Remarquez qu' au bout de 2τ , $0,368 \times 0,368 = 0,135$ soit 13,5 %
au bout de 3τ , $0,368 \times 0,368 \times 0,368 = 0,05$ soit 5 %
et ainsi de suite !, il est donc très facile de retenir toutes ces valeurs, il suffit de retenir 0,368 !
- On considère qu'après $5 \times \tau$ le condensateur est tout à fait chargé ou tout à fait déchargé selon le cas.

Exercices : (Cachez la colonne avec les solutions et faites les exercices, puis comparez.)

<u>Problèmes :</u>	<u>Solutions :</u>
1) $C = 220 \mu\text{F}$, $R = 470 \text{ k}\Omega$, $\tau = ?$	$\tau = 103,4 \text{ sec}$
2) $R = 940 \text{ k}\Omega$, $C = 50 \mu\text{F}$, $\tau = ?$	$\tau = 47 \text{ sec}$
3) $R = 1000 \Omega$, $C = 0,1 \mu\text{F}$, $\tau = ?$	$\tau = 100 \mu\text{s} = 0,000 1 \text{ sec}$
4)	
5)	

2.1.2. Circuit RL en courant continu

Lorsqu'on connecte une résistance R en série avec une bobine L , il se produit une situation assez similaire à ce qui se produit avec un circuit RC. lorsqu'on ferme l'interrupteur il circule immédiatement un certains courant, mais ce courant crée dans la bobine une force contre électromotrice (f.c.é.m.) qui s'oppose à la tension de la source .



La **constante de temps** vaut

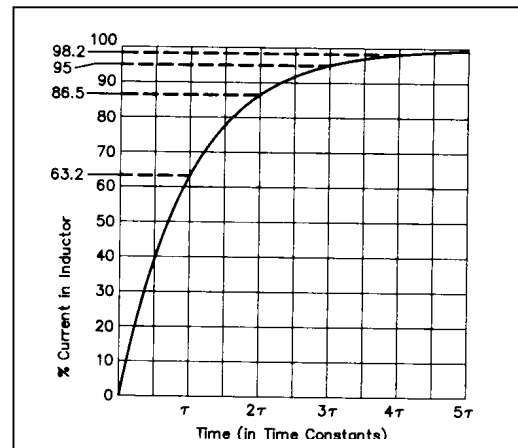
$$\tau = L / R$$

Le courant au départ est donc très petit et croît progressivement selon une loi exponentielle

$$I(t) = (E/R) (1 - e^{-t/\tau})$$

dans laquelle $I(t)$ est le courant dans le circuit à un instant t ,
 E est la tension maximum, c.-à-d. la tension de la source
 R est la valeur de la résistance
 t est le temps écoulé entre depuis la fermeture de l'interrupteur,
 e est la base des logarithmes naturel et vaut $e = 2,718$
 τ est la constante de temps du circuit et vaut L / R .

cette fonction peut encore être représenté par la courbe ci-contre.

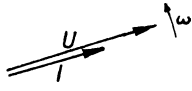
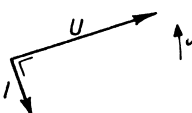



2.2. Circuit RLC en courant alternatif

Maintenant que l'on sait comment se comporte un circuit RLC lorsqu'on lui applique une tension continue (ou lorsqu'on supprime cette tension continue), nous allons étudier ce qui se passe si on applique une tension alternative sinusoïdale.

2.2.1. Rappel des circuits ne comportant qu'un élément R, L ou C

Souvenons nous d'abord des circuits ne comportant qu'un seul élément (voir chapitre 6)

circuit	loi d'Ohm	déphasage de I par rapport à U	puissance moyenne	diagramme vectoriel
R	$U = R I$	0°	$P = U I$	
L	$U = \omega L I$	$- 90^\circ$	0	
C	$U = I / \omega C$	$+ 90^\circ$	0	

Remarque : U et I sont des valeurs "efficaces".

Ce tableau résumé est très important, on ne pourrait trop vous conseiller de bien l'étudier, d'essayer de le mémoriser par cœur ...

Au chapitre 6, nous n'avons pas vu le problème de la puissance moyenne, voici la démonstration

a) pour un circuit résistif :

$$p = u i = I_m \sin \omega t U_m \sin \omega t = U_m I_m \sin^2 \omega t = U_m I_m \left(\frac{1 - \cos 2\omega t}{2} \right) = \left(\frac{U_m I_m}{2} \right) - \left(\frac{U_m I_m}{2} \cos 2\omega t \right)$$

puis. moyenne + puis. variable

Oh merveille ! on retrouve que $P_{moy} = (U_m / \sqrt{2}) \times (I_m / \sqrt{2}) = U_{eff} \times I_{eff}$

b) pour un circuit inductif :

$p = I_m \sin \omega t U_m \sin (\omega t + \pi/2) = U_m I_m \sin \omega t \cos \omega t = U_m I_m (\sin 2 \omega t) / 2$ et pour se rapprocher de l'expression de la puissance dans une résistance, il suffit d'écrire $\sin 2\omega t = (0 + \sin 2\omega t) / 2$

donc $p = 0 + \frac{U_m I_m}{2} \sin 2\omega t \dots$ la puissance moyenne est donc nulle !

c) pour un circuit capacitif :

$p = U_m \sin \omega t I_m \sin (\omega t + \pi/2) = U_m I_m \sin \omega t \cos \omega t = U_m I_m (\sin 2 \omega t) / 2$ et on retrouve exactement la même chose que pour le circuit inductif ... la puissance moyenne est donc nulle !

2.2.2. Circuit RL série

Imaginons un circuit simple avec une résistance et une self en série, imaginons que ceci soit alimenté par une source alternative dont la fréquence est 10 kHz, la bobine a une valeur de 20 mH et la résistance est de 1 kΩ. La question qu'on peut se poser est quelle est la phase entre la tension et le courant. Pour nous aider à trouver la solution, dessinons dans un système de coordonnées cartésienne (en des termes plus simple sur deux axes perpendiculaires) les axes X et R.

L'impédance de la bobine vaut $X_L = 2 \pi f L = 1257 \Omega$.

Calculons la tension aux borne de X_L . Pour ce faire il faudrait connaître le courant, mais comme on ne le donne pas on pourrait dire d'une façon arbitraire qu'il s'agit de 1 A. On aurait pu prendre n'importe quelle autre valeur, mais avec 1 A c'est beaucoup plus simple. Donc $E_L = I \times X_L = 1A \times 1257\Omega = 1257\Omega$.

La tension aux bornes de la résistance peut se calculer de la même manière et on trouvera $E_R = 1 A \times 1000 \Omega = 1000 V$.

On peut maintenant additionner les deux tensions pour obtenir la tension totale, c.-à-d. la tension du générateur. Mais rappelons nous que la tension aux bornes d'une bobine est en avance sur le courant, et la tension aux bornes de la résistance est en phase avec le courant. Sur notre graphique, dessinons une ligne le long des axes R qui représente ces 1000 V et à la fin de cette ligne dessinons une autre ligne qui représentera la tension aux bornes de la bobines soit 1257 V. Ces deux lignes s'appellent des **vecteurs**. Rappelons qu'un vecteur est caractérisé par une certaine grandeur, ou amplitude et une direction.

On peut compléter la diagramme par un vecteur (une "ligne") qui part de l'origine et qui rejoint l'extrémité du vecteur de tension. Ce vecteur représente la tension totale E_T , on connaît maintenant la grandeur de la tension E_T mais aussi la phase entre la tension et le courant soit l'angle θ .

(Si nécessaire nous vous conseillons de vous reporter à l'annexe sur les mathématiques appelé math.doc ou math.pdf)

On sait donc maintenant que $\tan \theta = E_L / E_R = 1257 / 1000 = 1,257$ et par conséquent $\theta = \arctan 1,257 = 51,5^\circ$, mais on pourrait aussi écrire $\theta = \arctan (E_L / E_R)$.

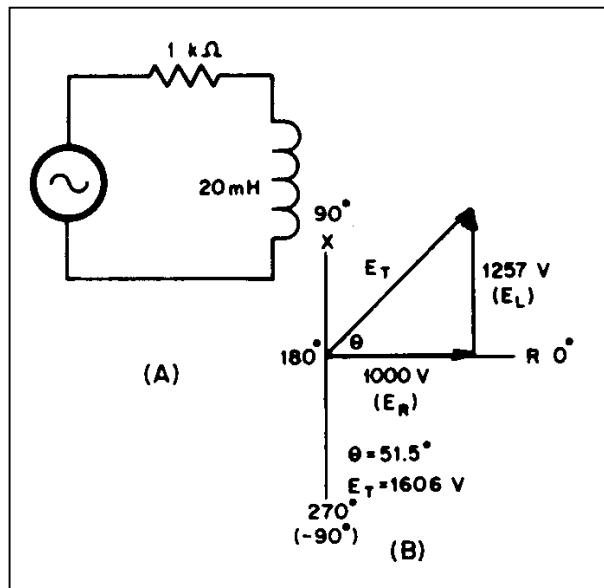
On sait aussi (par le théorème de Pythagore) que $E_T = \sqrt{E_R^2 + E_L^2} = \sqrt{1000^2 + 1257^2} = \sqrt{2580049} = 1606 V$.

Nous venons faire toute notre démonstration en supposant un courant de 1A, on peut diviser toutes les équations ci-dessus par 1A pour trouver :

$$\theta = \arctan \left(\frac{E_L / 1 A}{E_R / 1 A} \right) = \arctan \left(\frac{Z_L}{R} \right) = \arctan \left(\frac{\omega L}{R} \right)$$

$E_T / 1A = \sqrt{(E_R / 1A)^2 + (E_L / 1A)^2}$ et ceci ne représente que des impédances donc $Z_T = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$
Les deux grandes formules à retenir sont donc :

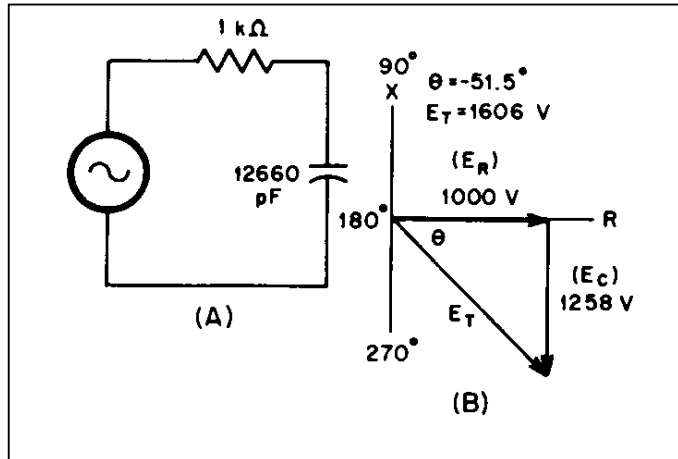
$$\theta = \arctan (\omega L / R) \quad \text{et} \quad Z_T = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$



2.2.3. Circuit RC série

Maintenant que nous savons calculer un circuit RL série, cela ne devrait plus être difficile de calculer un circuit RC. Gardons encore notre générateur à 10 kHz, notre résistance R de 1000 Ω, mais prenons maintenant un condensateur de 12660 pF. Cela peut vous paraître un bien étrange valeur, mais vous comprendrez après pourquoi.

On peut calculer l'impédance du condensateur $X_C = 1 / (2 \pi f C) = 1 / (2 \times 3,14 \times 10^4 \times 12660 \times 10^{-12}) = 1 / 7,95 \times 10^{-4} = 1258 \Omega$. Traçons d'abord le système de coordonnées. En supposant un courant de 1A, on peut encore une fois dessiner le vecteur tension aux bornes de la résistances $E_R = 1000 V$, au bout de ce vecteur on peut dessiner la tension aux bornes du condensateur $E_C = 1258 V$, mais comme la tension aux bornes du condensateur est en retard sur le courant, le vecteur E_C est maintenant dessiné vers le bas. Pour indiquer que la tension est vers le bas, on doit dire que $E_C = -1258V$.



On peut maintenant calculer $\tan \theta = E_C / E_R = -1258 / 1000 = -1,258$ et par conséquent $\theta = \arctan -1,257 = -51,5^\circ$, et $E_T = \sqrt{E_R^2 + E_C^2} = \sqrt{1000^2 + 1258^2} = \sqrt{2580049} = 1606 V$.

Nous venons faire toute notre démonstration en supposant un courant de 1A, on peut diviser toutes les équations ci-dessus par 1A pour trouver :

$$\theta = \arctan \left(\frac{E_C / 1}{E_R / 1 A} \right) = \arctan \left(\frac{Z_C}{R} \right) = \arctan \left(\frac{1}{\omega C R} \right)$$

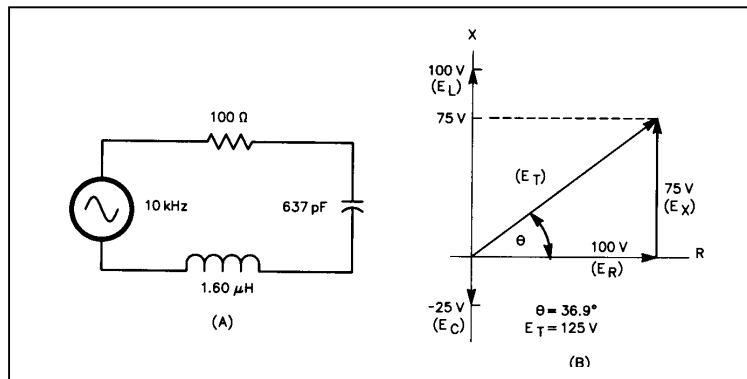
$E_T / 1A = \sqrt{(E_R / 1A)^2 + (E_C / 1A)^2}$ et ceci ne représente que des impédances donc $Z_T = \sqrt{R^2 + (1/\omega C)^2}$

Les deux grandes formules à retenir sont donc :

$$\theta = \arctan (- 1 / \omega C R) \quad \text{et} \quad Z_T = \sqrt{R^2 + (1 / \omega C)^2}$$

2.2.4. Circuit RLC série

Plus fort encore, nous allons maintenant calculer un circuit RLC série représenté ci-contre. Traçons d'abord le système de coordonnées. Changeons aussi un peu les paramètres (juste pour le plaisir, car nous n'allons pas toujours avoir des résistances de 1000 Ω, ni des générateurs de 10 kHz ...). Soit donc une self de 1,6 μH, un condensateur de 637 pF, une résistance de 100 Ω et un générateur à 10 MHz.



Calculons l'impédance de la bobine : $X_L = \omega L = 6,28 \times 10^7 \times 1,6 \times 10^{-6} = 100 \Omega$

Calculons l'impédance du condensateur : $X_C = 1 / \omega C = 1 / 6,28 \times 10^7 \times 637 \times 10^{-12} = 25 \Omega$

En supposant un courant de 1A, on peut encore une fois dessiner le vecteur tension aux bornes de la résistance $E_R = 100 \text{ V}$, au bout de ce vecteur on peut dessiner la tension aux bornes de la self soit $E_L = 100 \text{ V}$ "vers le haut", puis la tension aux bornes du condensateur soit $E_C = 25 \text{ V}$ "vers le bas". Bien sûr ceci revient à dessiner un vecteur de 75 V vers le haut. ce vecteur est donc la différence entre le vecteur +100 V et le vecteur -25 V.

On peut maintenant calculer $\tan \theta = (E_L - E_C) / E_R = 75 / 100 = 0,75$ et par conséquent $\theta = \arctan 0,75 = 36,9^\circ$, et $E_T = \sqrt{E_R^2 + (E_L - E_C)^2} = \sqrt{100^2 + (100-25)^2} = 125 \text{ V}$.

Nous venons de faire toute notre démonstration en supposant un courant de 1A, on peut diviser toutes les équations ci-dessus par 1A pour trouver les deux grandes équations à retenir :

impédance équivalente	retard du courant sur la tension
$Z_T = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$	$\theta = \arctan (X_L - X_C) / R$
$Z_T = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$	$\theta = \arctan (\omega L - \frac{1}{\omega C}) / R$

Au fait ces formules reprennent aussi celles que nous avons vues précédemment. Il suffira par exemple de considérer que la bobine a une inductance nulle pour avoir le circuit RC et de considérer la capacité comme infinie pour avoir le circuit RL. C'est aussi parce que cette formule regroupe tous les cas que nous l'avons mise en gris.

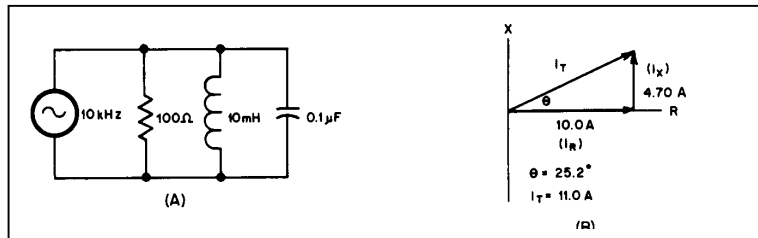
Le sens du déphasage (en avant ou en arrière) du courant par rapport à la tension dépend donc de ωL et $1/\omega C$:

- si $\omega L > 1 / \omega C$, $\tan \theta > 0$ et I est déphasé en **arrière** par rapport à E
- si $\omega L < 1 / \omega C$, $\tan \theta < 0$ et I est déphasé en **avant** par rapport à E
- si $\omega L = 1 / \omega C$, $\tan \theta = 0$ et I est **en phase** par rapport à E. Dans ce cas, nous avons également :
 - l'impédance du circuit est minimale et égale à R
 - le courant est maximum et vaut $I = E / R$
 - toute la tension appliquée se retrouve aux bornes de R
 - on dit alors que le circuit est à la **résonance** et que $f = 1 / 2 \pi \sqrt{L C}$ est la **fréquence de résonance**,

- la tension sur L vaut $E_L = \omega L I = (\omega L / R) E$ et cette tension peut donc être supérieure à la tension appliquée E. La valeur $(\omega L / R)$ est appelée **coefficient de surtension** et est symbolisé par la lettre Q.
- la tension sur C vaut $E_C = I / \omega C = (1 / \omega C R) E$ (...on arrive à la même conclusion ...) cette tension peut donc être supérieure à la tension appliquée E. La valeur $(1 / \omega C R)$ est appelée **coefficient de surtension** et est symbolisé par la lettre Q.

2.2.5. Circuit RLC parallèle

Maintenant que nous avons appris la méthode on peut faire le grand saut et passer directement au cas le plus complet : le circuit RLC parallèle de la figure ci-contre. Soit donc un générateur sinusoïdal dont la fréquence est 10 kHz, une résistance de 100 Ω, une bobine de 10 mH et un condensateur de 0,1 μF.



Calculons l'impédance de la bobine : $X_L = \omega L = 6,28 \times 10^4 \times 10 \times 10^{-3} = 628 \Omega$

Calculons l'impédance du condensateur : $X_C = 1 / \omega C = 1 / 6,28 \times 10^4 \times 0,1 \times 10^{-6} = 159 \Omega$

Redessinons nos coordonnées X et R. Ici on ne pourra plus prendre un courant constant comme dans le cas des circuits série. Prenons donc une tension commune, soit 1000 V, on verra plus loin qu'ici aussi cela n'a aucune importance. On peut à présent calculer

$I_R = E / R = 1000 / 100 = 10 \text{ A}$

$I_L = E / X_L = 1000 / 628 = 1,59 \text{ A}$, au fait on doit dire que le courant I_L est de - 1,59 A car le courant dans la bobine est en retard sur la tension.

$I_C = E / X_C = 1000 / 159 = 6,28 \text{ A}$

Donc nous pouvons dessiner le vecteur courant dans la résistance, qui est bien sur en phase et qui vaut 10 A, et à l'extrémité de ce vecteur on peut dessiner un courant qui vaut + 6,28 A et -1,59 A, soit un courant résultant de + 4,69 A. Le retard du courant sur ta tension vaut donc $\theta = \text{arc tan} (4,69/10) = \text{arc tan} 25,2^\circ$ et le courant total vaut $I_T = \sqrt{I_R^2 + (I_C - I_L)^2} = \sqrt{10^2 + (6,28 - 1,59)^2} = 11 \text{ A}$.

Encore une fois on peut tout diviser par la tension de 1000V, on obtiendra alors des admittances c.-à-d. des valeurs inverses d'impédances.

admittance équivalente	retard du courant sur la tension
$Y_T = \frac{1}{\sqrt{1/R^2 + (1/X_L - 1/X_C)^2}} = \frac{1}{Z_T}$	$\theta = \text{arc tan } R (1/X_C - 1/X_L)$
$Y_T = \frac{1}{\sqrt{1/R^2 + (\frac{1}{\omega L} - \omega C)^2}} = \frac{1}{Z_T}$	$\theta = \text{arc tan } R (\omega C - \frac{1}{\omega L})$

Remarque d'une façon générale, dans tous les problèmes de calculs de circuits, tous les circuits série se calculent plus facilement en prenant des impédances (Z = E / I), les impédances se mettent alors en série et l'impédance équivalente s'obtient en additionnant les impédances. Par contre, tous les circuits parallèles se calculent plus facilement en prenant des admittances (Y = I / E), les admittances se mettent alors en série et l'admittance équivalente s'obtient en additionnant les admittances.

Comme pour le circuit RLC série, les formules ci-dessus reprennent aussi celles du circuit RL ou RC parallèle. C'est parce que cette formule regroupe tous les cas que nous l'avons mise en gris.

Encore une fois on peut s'intéresser au sens du déphasage (en avant ou en arrière) du courant par rapport à la tension :

- si $1/\omega L > \omega C$, $\tan \theta < 0$ et I est déphasé en **arrière** par rapport à E
- si $1/\omega L < \omega C$, $\tan \theta > 0$ et I est déphasé en **avant** par rapport à E
- si $1/\omega L = \omega C$, $\tan \theta = 0$ et I est **en phase** par rapport à E. Dans ce cas, nous avons également :
 - l'impédance du circuit est maximum et égale à R
 - le courant est minimum et vaut $I = E / R$
 - tout le courant se retrouve dans R
 - on dit alors que le circuit est à la **résonance** et que $f = 1 / 2 \pi \sqrt{L C}$ est la **fréquence de résonance**,

2.2.6. La résonance dans les circuits RLC série et parallèle

Dans les exemples de circuits RLC que nous avons traités ci-dessus, nous avons déjà noté ces cas particuliers où ωL était égal à $1/\omega C$ et où

- dans un circuit RLC série l'impédance était minimum et le courant était maximum
- dans un circuit RLC parallèle l'impédance était maximum et le courant était minimum

A la résonance donc, $X_L = X_C$ ou $\omega L = 1/\omega C$, groupons ω et remplaçons ω par $2\pi f$ en d'autre terme il vient $(2\pi f)^2 = 1/LC$ d'où l'on déduit $f = 1 / 2 \pi \sqrt{L C}$, c'est la plus importante formule de ce cours de radio, on appelle cette formule la **formule de Thomson**

$$f = \frac{1}{2 \pi \sqrt{L C}}$$

Les deux équations dérivées sont

$C = \frac{1}{4 \pi^2 f^2 L}$	$L = \frac{1}{4 \pi^2 f^2 C}$
-------------------------------	-------------------------------

On trouve parfois aussi une formule simplifiée :

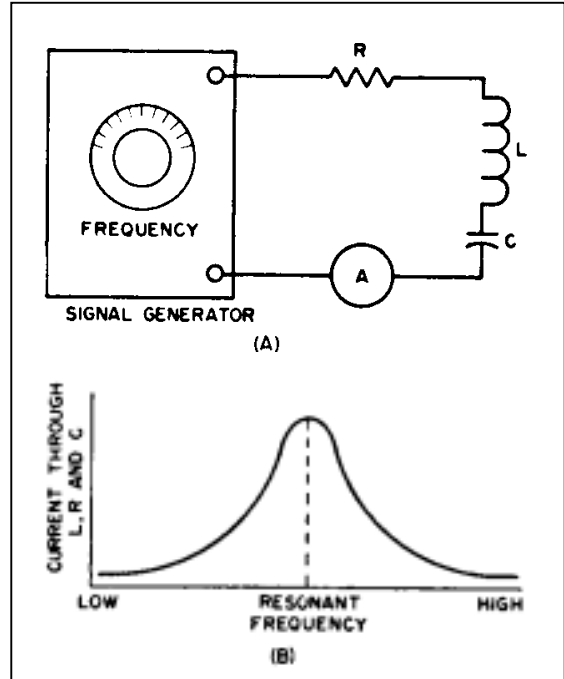
$$f_{(MHz)} = \frac{159}{\sqrt{L_{(\mu H)} C_{(pF)}}}$$

Exercices : (Cachez la colonne avec les solutions et faites les exercices, puis comparez.)

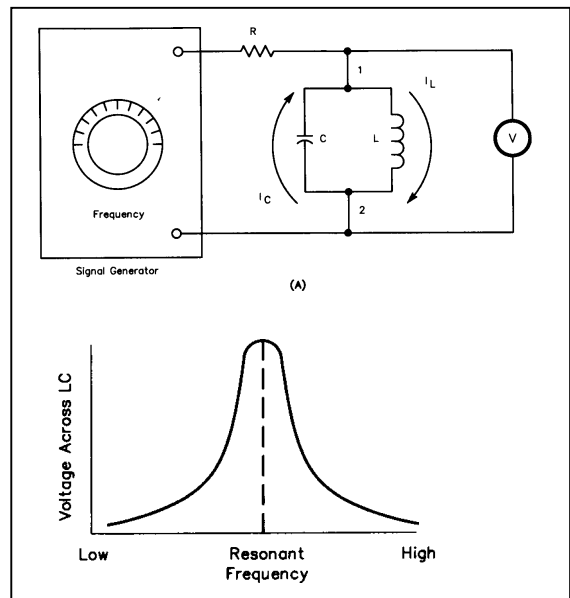
<u>Problèmes :</u>	<u>Solutions :</u>
1) L = 50µH , C = 40 pF , f = ?	3,56 MHz
2) L = 1 µH , C = 10 pF , f = ?	50,3 MHz
3) C = 100 pF , f = 7,1 MHz , L = ?	L = 5,03 µH
4) L = 2 µH , f = 14,1 MHz , C = ?	C = 63,7 pF
5) C = 47 pF , f = 14,128 MHz , L = ?	L = 2,7 µH

Revoyons encore une fois le phénomène de la résonance , mais sous une autre approche :

Examinons le cas d'un circuit série alimenté par un signal de fréquence variable et mesurons le courant. Le courant est d'abord relativement faible, puis il augmente, passe par un maximum, puis décroît. C'est précisément lorsque nous sommes à la fréquence de résonance que le courant est maximum.

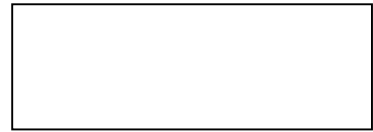


Examinons maintenant le cas d'un circuit parallèle alimenté par un signal de fréquence variable et mesurons la tension. Toutefois, pour éviter que le courant ne prenne des valeurs exagérées à la résonance, on place une résistance de limitation de courant R en série. La tension est d'abord relativement faible, puis elle augmente, passe par un maximum, puis décroît. C'est précisément lorsque nous sommes à la fréquence de résonance que la tension est maximum.



2.2.7. Facteur de qualité des bobines et des condensateurs

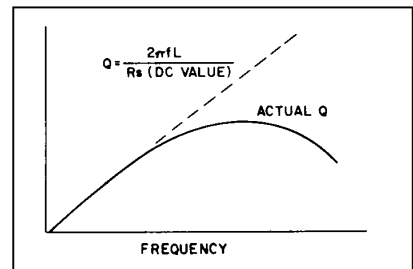
En pratique les composants idéaux n'existent pas. On peut représenter un composant réel comme un composant idéal auquel on a ajouté une résistance en série. On définit alors le **facteur de qualité Q** comme



$$Q = \frac{X}{R_s} = \frac{\omega L}{R_s} = \frac{1}{\omega C R_s}$$

Remarquez que l'on a écrit R_s parce qu'il s'agit de la résistance en série.

Si on prend le cas d'une bobine par exemple, on peut s'attendre à ce que le facteur Q augmente avec la fréquence (avec ω). En fait il en est bien ainsi jusqu'à une certaine fréquence où l'effet pelliculaire se manifeste (voir chapitre 6) : le courant n'a plus une distribution uniforme dans la section du conducteur, mais le courant a tendance à passer par la couche extérieure ("par la peau du conducteur"). Cet effet est d'autant plus marqué que la fréquence est élevée.



Par conséquent, à partir d'une certaine fréquence, la résistance va augmenter et le facteur Q n'augmente plus de façon linéaire, mais a tendance à croître moins vite, puis à chuter.

2.2.8. Facteur de qualité des circuits RLC parallèle

Dans un circuit parallèle, on définit le facteur de qualité par

$$Q = \frac{R_p}{X} = \frac{R_p}{\omega L} = \omega C R_p$$

Remarquez que l'on a écrit R_p parce qu'il s'agit de la résistance en parallèle. Remarquez aussi que la formule est totalement inversée par rapport au cas précédent.

Vous vous souviendrez des figures avec le générateurs de fréquence variable et les circuits série et parallèle. dans ce cas on peut aussi noter que plus le facteur de qualité est élevé, plus la courbe est raide et pointue.

La **bande passante** est liée au facteur de surtension par la relation

$$\Delta f = \frac{f_r}{Q}$$

où Δf est la bande passante à 3 dB
 f_r est la fréquence de résonance du circuit
 Q est le facteur de surtension

Exercices : (Cachez la colonne avec les solutions et faites les exercices, puis comparez.)

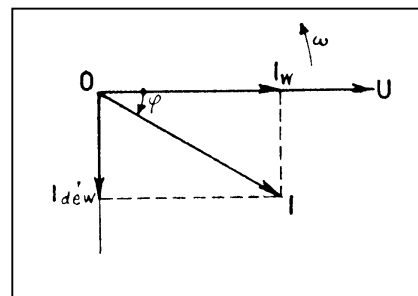
<u>Problèmes</u> :	<u>Solutions</u> :
1) $f = 1,8 \text{ MHz}$, $Q = 95$, $BP = ?$	18,9 kHz
2)	
3)	
4)	
5)	

2.2.9. Les puissance actives, réactives, apparentes et le $\cos \varphi$

On peut décomposer le courant I en deux composantes

- le courant watté $I_w = I \cos \varphi$
- le courant déwatté $I_{dew} = I \sin \varphi$

Le courant watté donne lieu à une puissance wattée ou **puissance active** égale à $P_w = U I \cos \varphi$. Cette puissance correspond à la **quantité de chaleur** dégagée par la partie résistive du circuit. Elle s'exprime en Watts. C'est cette puissance, ou plutôt cette énergie (= puissance x temps) qui est mesurée par un compteur électrique et que les distributeurs d'électricité facturent



Le courant déwatté donne lieu à une puissance déwattée ou **puissance réactive** égale à $P_{dew} = U I \sin \varphi$. Cette puissance ne correspond pas à une énergie thermique, mais correspond au contraire à une énergie électromagnétique ou à une énergie électrostatique. Elle s'exprime en VAR ("Volt Ampère Réactifs").

La **puissance apparente** est égale à $P_a = U I$. Cette puissance est aussi égale à $P_a = \sqrt{P_w^2 + P_{dew}^2}$. Elle s'exprime en VA ("Volt Ampère"). Les distributeurs d'électricité dimensionnent leurs lignes électriques en fonction de la puissance apparente, c-à-d. en fonction de la tension et du courant.

La puissance apparente est donc toujours supérieure à la puissance active. Le point de vue du distributeur d'électricité est que l' "investissement" (production d'électricité + installation des lignes + cuivre) doit toujours être inférieur redevance des consommateurs. Par conséquent les distributeurs d'électricité souhaitent que les utilisateurs aient un $\cos \varphi$ voisin de 1. Ces pourquoi ils obligent les mauvais utilisateurs à améliorer leur $\cos \varphi$, et comme dans la plupart des cas les circuits sont inductifs (moteurs, transfos, ballasts de tubes TL, ...) , les utilisateurs doivent corriger leur $\cos \varphi$ en mettant des condensateurs en parallèle sur la ligne. La plupart des ballast possèdent d'ailleurs un condensateur de correction du $\cos \varphi$ incorporé.